

Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit von verzahnten Balken

Die Verzahnung ist eine historische Verbindungstechnik, um einzelne Balken schubfest über ihre Längsseite zu einem Träger zu verbinden. Diese Zahnbalken treten heute nur noch im Zuge von Erhaltungsarbeiten an alten Gebäuden in Erscheinung. Aus denkmalpflegerischen Gründen sollen derartige Konstruktionen immer öfter substanzschonend erhalten, repariert oder instandgesetzt werden.

In der modernen Holzbau-literatur fehlen allerdings Angaben zu Entwurf, Herstellung und Berechnung der verzahnten Balken. Regeln zur statischen Berechnung und Konstruktion derartiger Träger finden sich in der Holzbau-literatur im Zeitraum zwischen 1830 und 1970.

Keywords Verbundbalken mit Zähnen; Dächer, historische; Entwurfsregeln; Verschiebungsmodul; Biegeversuche; Berechnungen zur Biegefestigkeit

Flexural load-bearing capacity of composite beams with teeth joints.

The dovetail connection is a historical joining technology to avoid thrust by joining scantlings to beams. Nowadays those beams are only appearing during renovations of historical buildings. By preservations of monuments and historical buildings these old joinings should be repaired or restored. There are no codes of practice to these special composite beams in modern literature of timber work. Rules for static calculations are recorded in timber work literature in the period between 1830 to 1970.

Keywords composite beams with teeth joints; historical roofs; design rules; slip modules; flexural tests; calculation flexural strength

1 Der Zahnbalken

Bei verzahnten Balken handelt es sich um einen aus mehreren Balken zusammengesetzten Verbundquerschnitt, bei dem die horizontalen Berührungsflächen zwischen den Balken sägezahnartig eingeschnitten werden [1]. Die Technik der verzahnten Balken ist bereits an Darstellungen antiker römischer Holzbrücken zu finden. LEONARDO DA VINCI (1452–1519) verwendete sie bei Verteidigungsanlagen und bei Brückenprojekten. Die verzahnten Balken fanden bis zum Ende des 19. Jahrhunderts Anwendung bei repräsentativen Gebäuden wie Rathäusern, Kirchen und Schlössern, wenn große Deckenspannweiten mit hohen Belastungen realisiert werden sollten. Seit dem Mittelalter wurden verzahnte Träger auch bei Brücken und Dachkonstruktionen (Bild 1) mit Spannweiten bis 70 m eingesetzt.

Der verzahnte Balken, bestehend aus drei Elementen, ein durchgehender Teilbalken unten und zwei Teilbalken oben, ist die Standardform, wie sie ab dem 18. Jahrhundert in Lehrbüchern zum Holzbau zu finden ist (Bild 2). Die historischen Lehrbücher empfehlen die Anwendung des verzahnten Balkens bei Spannweiten ab 6 m.

Noch bis zum Ende des 19. Jahrhunderts wurden verzahnte Balken auch bei einfachen Eisenbahnbrücken eingesetzt (s. Bild 3).

Im Verlauf der konstruktiven Entwicklung wurden ab Mitte des 19. Jahrhunderts die aufwändig herstellbaren Verzahnungen durch andere Verbindungen wie z. B.

Rechteckdübel aus Hartholz, Bauklammern, Stabdübel, Dübel besonderer Bauart oder Nagelplatten ersetzt. Erst Anfang des 20. Jahrhunderts gelang mit der Herstellung des Brettschichtholzes die Fertigung beliebig großer Holzquerschnitte (s. auch [5]), und die Herstellung von verzahnten Trägern war ab dieser Zeit entbehrlich.

Regeln für die Konstruktion und Dimensionierung von Zahnbalken

Die konstruktiven Feinheiten wie die Höhe der Sprengung, Länge und Tiefe der Zähne, Balkendimensionen und ihre Ermittlung sowie der Bolzendurchmesser (s. Bild 4) unterscheiden sich nach der in Tabelle 1 zusammengestellten Literatur nur in geringem Maße. Die Konstruktionsempfehlungen in der Literatur legen meist eine Zahntiefe h_z von $1/10$ der Trägerhöhe h und eine Zahnlänge gleich der Gesamthöhe des zusammengesetzten Trägers fest (s. Tabelle 1). Die Richtung der Zähne ist derart, dass die an den betreffenden Stellen der Berührungsflächen auftretenden Schubkräfte aufgenommen werden können. Ein Wechsel der Zahnrichtung erfolgt in Bal-

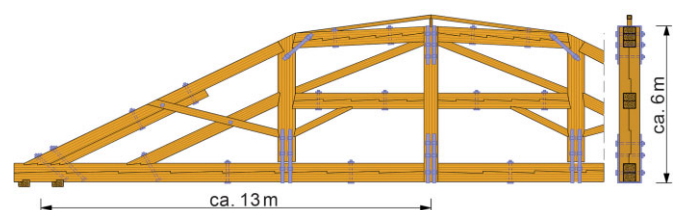


Bild 1 Dachkonstruktion eines Theaters in Berlin [2]
Roof construction of a theater in Berlin [2]

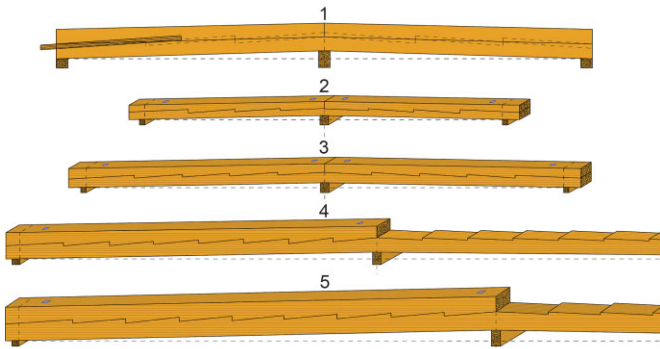


Bild 2 Verzahnte Balken für Spannweiten von 8,5 bis 22 m nach Angaben aus dem Jahre 1764 in [3]
Composite beams for a span length from 8.5 to 22 m according to specifications of the year 1764 [3]

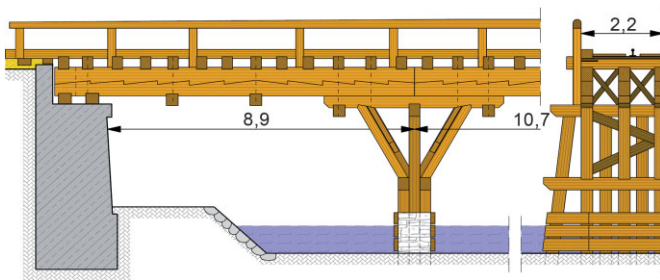


Bild 3 Brücke der Kronprinz-Rudolfbahn über den Liesingbach nach [4]
Bridge of the „Kronprinz Rudolfbahn“ across the Liesingbach [4]

kenmitte (Querkraftnullpunkt bei konstanter Linienlast). Die Zähne sind von beiden Balkenenden nach der Mitte zu entgegengesetzt gerichtet und haben daher in den beiden Trägerhälften eine symmetrische Ausbildung [6].

Die Einzelbalken erhalten während der Herstellung eine Vorkrümmung, welche oft $1/60$ der Balkenspannweite beträgt. Zur Herstellung eines Zahnbalkens werden die zu verbindenden Balken übereinander gelegt und um ein bestimmtes Maß (bis 1900 $S = \ell/60$, bis 1950 $S = \ell/200$ – s. Tabelle 1) nach oben überhöht (Bild 5).

An den derart vorgekrümmten Einzelbalken wird der Anriss der Zähne vorgenommen. Die Ausarbeitung erfolgt dann an den wieder ausgespannten Balken. Durch abermaliges Biegen der Balken nach der Ausarbeitung werden die Zähne ineinander gebracht. Der Zahnbalken verbleibt hierdurch in seinem überhöhten Zustand [1]. Dadurch, dass sich im gesprengten Zustand die unteren Fasern des oberen Balkens auszudehnen suchen, die oberen Fasern des unteren Balken sich verkürzen wollen, pressen sich die Zähne fest ineinander [7]. Dem Prinzip des vorgekrümmten Stabes wurde auch durch Anweisungen, dass vom Wuchs her vorgebogene Stämme zu verwenden sind, Rechnung getragen. Erst wenn dies nicht möglich war, sollte „gesprengt“ werden [8].

Manche Autoren empfehlen die Anwendung von dünnen Stahl- oder Bleiplatten zwischen den Stoßpunkten der Zahnstirnenden, um ein Ineinanderpressen des Hirnhol-

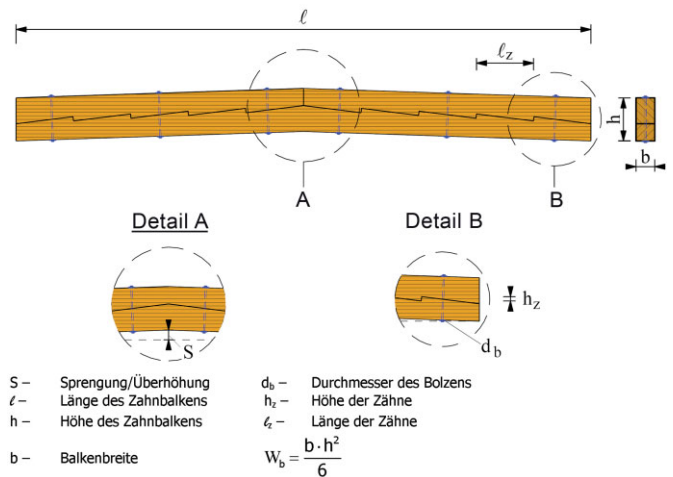


Bild 4 Konstruktionsdetails und Bezeichnungen für Zahnbalken zur Erläuterung der Angaben in Tabelle 1
Details of construction and description of composite beams for explaining the information of Table 1

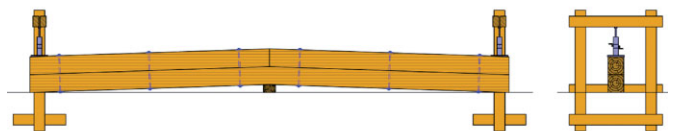


Bild 5 Sprengen von zusammengesetzten Balken nach Angaben in [1]
Camber of composite beams [1]

zes zu verhindern oder um Ungenauigkeiten bei der Ausarbeitung der Zähne zu beheben (s. Tabelle 1). Bei der heutigen maschinentechnischen Ausstattung der Zimmerer können die Zähne sehr genau hergestellt werden, sodass das Einlegen von Metallplatten entfallen kann. Können die Zähne nicht mit sehr hoher Genauigkeit hergestellt werden, sichert das Einlegen von Metallplatten eine gleichmäßige Kraftübertragung in der Zahnstirn.

Regeln für die Berechnung der Tragfähigkeit

Werden zwei gleichdimensionierte Stäbe lose übereinander angeordnet und anschließend belastet, so lässt sich eine Verschiebung der Stäbe zueinander beobachten. Dies ist dadurch begründet, dass jeder der Stäbe unter Lasteinwirkung seine eigene Biegelinie ausbildet. Anders verhält es sich, wenn die beiden Balken schubfest miteinander verbunden werden. In diesem Fall entsteht ein mehrteiliger Verbundquerschnitt, dessen Trägheitsmoment in Abhängigkeit von der Schubsteifigkeit der Verzahnung dem eines vollen Balkens mit der Gesamthöhe aus den beiden Einzelbalken entspricht. Nach MELAN ist allerdings eine starre Verbindung zwischen den Balken nicht ausführbar: „...Die bereits erwähnten Versuche haben jedoch gezeigt, dass das Tragvermögen der zusammengesetzten Balken geringer als das eines homogenen Balkens von gleichem Querschnitt ist...“ [9].

Auch Verzahnungen sind nachgiebige Verbindungen, mit ihnen kann keine Unverschieblichkeit zwischen den Querschnitten hergestellt werden. Eine Unverschieblich-

Tab. 1 Konstruktionsregeln für verzahnte Balken nach verschiedenen Literaturquellen im Zeitraum 1831 bis 2006
 Generally recognised codes of practice of composite beams according to several references over the period from 1831 to 2006

Quelle/ Jahr	Anweisungen ¹⁾ gilt nur für zweiteilige Balken und nicht für Brücken
Dimensionierung	[16]/1831 Die Höhe des Balkens entspricht 1/10 der Länge zwischen den Auflagern
	[19]/1864 $W_{eff} = 0,85 \cdot W_b$
	[20]/1866 quadratische oder rechteckige Einzelbalken im Verhältnis $b/h = 5/7$ verwenden
	[4]/1887 $\sigma_{red} = 0,85 \cdot \sigma_{zul}$
	[22]/1904 $H = l/(12...15)$ oder 8 cm je m freie Länge bei $b = 26...31$ cm
	[13]/1918 $\sigma_{red} = 0,50 \cdot \sigma_{zul}$
	[14]/1944 ¹⁾ $W_{eff} = 0,85 \cdot W_b$ (Nachweis Tragfähigkeit); $I_{eff} = 0,65 \cdot I_b$ (Nachweis Durchbiegung)
	[15]/1955 ¹⁾ $W_{eff} = 0,85 \cdot W_b$ (Nachweis Tragfähigkeit); $I_{eff} = 0,65 \cdot I_b$ (Nachweis Durchbiegung)
	[17]/1959 ¹⁾ $W_{eff} = 0,85 \cdot W_b$ (Nachweis Tragfähigkeit); $I_{eff} = 0,60 \cdot I_b$ (Nachweis Durchbiegung)
[26]/2006 $h = l/(12...15)$	
Vorspannung	[8]/1805 „man soll gebogenes Holz verwenden, ist dies nicht vorhanden: $S = l/60$
	[16]/1831 $S = l/60$
	[18]/1855 $S = l/60$
	[19]/1864 $S = l/60$
	[4]/1887 $S = l/240$
	[21]/1900 $S = l/60...l/120$
	[22]/1904 $S = l/240$
	[10]/1911 $S = l/150...l/180$
	[11]/1912 $S = l/60...l/120$
	[1]/1914 $S = l/100...l/200$
	[13]/1918 $S = l/240$ oder $0,0002...0,0027 \cdot l/h$
	[15]/1955 $S = l/200$
	[7]/1993 $S = l/50...l/60$
Verzahnung	[16]/1831 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$
	[18]/1855 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$; Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[19]/1864 $h_z = 0,1 \cdot l_z; l_z = 4/5...6/5 \cdot h$ Hartholzdübel/Eisenkeile zwischen den Zahnflächen anordnen
	[20]/1866 Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[4]/1887 $h_z = 0,1...0,2 \cdot h; l_z$ über zeichnerisches Verfahren; Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[21]/1900 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = 3/2...3 \cdot h$ Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[22]/1904 $h_z = 0,1...0,125 \cdot h; l_z < 1$ m
	[12]/1907 $h_z = \text{min. } 4 \text{ cm}; l_z = \text{bis zu } 20 \cdot 4 \text{ cm}$
	[10]/1911 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$ Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[11]/1912 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$ Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[1]/1914 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = 0,8...1,0 \cdot h$ Hartholzdübel/Eisenkeile zwischen den Zahnflächen anordnen
	[13]/1918 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = 0,8 \cdot h$; bis max h ; Hartholzdübel/Eisenkeile zwischen den Zahnflächen anordnen; Höhe der Zähne unveränderlich oder zu den Auflagern hin zunehmend; Zahnteilung auch zeichnerisch ermittelbar
	[9]/1922 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$; Hartholzdübel/Eisenkeile zwischen den Zahnflächen anordnen; Höhe der Zähne unveränderlich oder zu den Auflagern hin zunehmend; Zahnteilung auch zeichnerisch ermittelbar
	[7]/1993 Angaben aus verschiedenen Quellen: $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$ (1872); $h_z = 4 \text{ cm}; l_z = 1 \text{ m}$; (1890); $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = 1 \text{ m}$ (1908); Anstieg der Zahnlinie vom Rand bis zur Mitte von 0,4 bis $0,6 \cdot h$
	[19]/2006 $h_z = 0,1 \cdot h; l_z = h$

Tab. 1 Fortsetzung
Continued

Quelle/ Jahr	Anweisungen
	¹⁾ gilt nur für zweiteilige Balken und nicht für Brücken
[16]/1831	Durchmesser des Bolzens: $d_b = 3 \cdot 3,75 \text{ cm}$
[18]/1855	Bolzen an den Auflagern, am Stoß in der Mitte, dazwischen 1 Bolzen
[19]/1864	Abstandsanweisung: $1,5 \dots 2 \cdot l_z$
[21]/1900	zahnmittig durch jeden 3. oder 4. Zahn; $d_b = 10 \dots 20 \text{ mm}$
[22]/1904	Abstandsanweisung: $1,5 \dots 3 \cdot l_z$
[12]/1907	Abstandsanweisung: < 20fache Eingriffstiefe
[10]/1911	zahnmittig durch jeden 2. Zahn; am Mittenstoß durch jeden Zahn
[11]/1912	zahnmittig durch jeden 3. oder 4. Zahn
[1]/1914	zahnmittig durch jeden 2. Zahn; am Auflager durch jeden Zahn; $d_b = 0,1 \cdot b$
[13]/1918	zahnmittig durch jeden 2. Zahn; am Auflager durch jeden Zahn; an Trägerenden $d_b > 0,13 \cdot b$; mittig $d_b = 0,1 \cdot b$
[17]/1959	Anordnung bei jedem Zahn

keit zwischen den Querschnitten ist nur durch eine Klebeverbindung garantiert.

Diese Erkenntnis wird in einigen Fachbüchern beim Nachweis der Tragfähigkeit durch eine Abminderung des Widerstandsmomentes berücksichtigt. Von 1864 bis 1968 betrug die Abminderung für zweiteilige Balken 15 %. Dieser Wert wurde dann auch in der 1941 erschienenen zweiten Fassung der DIN 1052 für die Bemessung von verdübelten bzw. verzahnten Balken übernommen. Für dreiteilige Balken galt eine Abminderung von 35 %. In der Norm für Holzbrücken DIN 1074 (zweite Fassung 1944) war für die Abminderung des Widerstandsmomentes ein Wert von 20 % für zweiteilige Balken geregelt. In anderen Quellen wird zur Berücksichtigung der Nachgiebigkeit die zulässige Biegespannung beim Nachweis der Biegetragfähigkeit abgemindert. Hier schwanken die Literaturangaben für den Abminderungsfaktor zwischen 15 und 50 % [1, 9, 12].

Mit der im Jahre 1969 veröffentlichten neuen Fassung der DIN 1052 wurde dann die Berechnung von Biegeträgern aus nachgiebig zusammengesetzten Holzquerschnitten nach dem von KARL MÖHLER (1912–1993) in den 50er Jahren des 20. Jahrhunderts entwickelten γ -Verfahren geregelt.

Berechnungen zu verzahnten Balken, aus mehr als drei Einzelhölzern bestehend, wurden bei der Literaturrecherche nicht gefunden. Es sei aber an dieser Stelle erwähnt, dass in der Holzbaugeschichte auch fünf- und siebenteilige Zahnbalken eingesetzt wurden.

2 Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit

Ausgangspunkt der Untersuchungen waren Zahnbalken im Dachstuhl eines Kirchturmes (Bild 6). In dem 270

Jahre alten Dachstuhl trugen fünf verzahnte Balken als Überzüge eine mehrlagige Deckenbalkenlage, auf der der hölzerne Dachstuhl errichtet worden war. Zwei der Überzüge waren im Bereich der Auflager durch biotischen Befall stark geschädigt. Die beiden geschädigten Überzüge sollten durch neue zusammengesetzte Balken in Form originalgetreuer Nachbauten ersetzt werden (Bild 7). Da die bisherigen Überzüge ihre statische Funktion zweifelsfrei erfüllt hatten, konnte unter Anwendung der Regeln nach DIN 1052:1988/1996, Teil 1, Abschnitt 3.1.2 bzw. DIN 1052:2008, Abschnitt 4(3) auf einen statischen Nachweis verzichtet werden.

Voraussetzung für den Verzicht war jedoch, dass durch eine besonders sorgfältige Herstellung in gleicher Holzart und -güte, insbesondere der Schubverbindung, die gleiche Tragfähigkeit gewährleistet ist und dass der Überzug schon beim Einbau die volle Beanspruchung ohne Nachgiebigkeit aus Schlupf aufnimmt. Die Herstellung der neuen Überzüge in einer ortsansässigen Zimmerei wurde

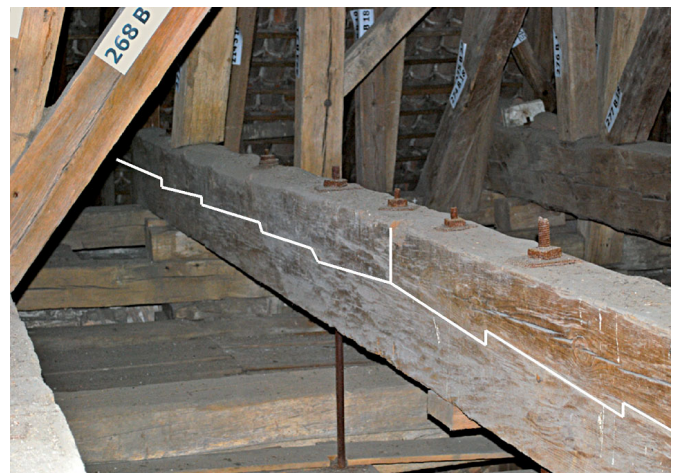


Bild 6 Originalbalken aus dem Jahre 1740 (Holzart Kiefer)
Origin composite beam of the year 1740 (type of wood: pine)



Bild 7 Neu hergestellter Ersatzbalken aus dem Jahre 2008 (Holzart Kiefer)
New duplicated substitute composite beam made in 2008 (type of wood: pine)

besonders überwacht und vor der Montage wurden die neu hergestellten Balken in der Zimmerei abgenommen (Bild 8).

Nach dem erfolgreichen Austausch der geschädigten verzahnten Balken wurden an der Fachhochschule für nachhaltige Entwicklung Eberswalde weitergehende Untersuchungen zur Schubverbindung und zur Biegetragfähigkeit durchgeführt.

Für die Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit wurden drei Prüfkörper im Maßstab 1:2 im Vergleich zum Originalbalken hergestellt (Bild 9).

Zwölf Scherprüfkörper für die Zahnverbindung im Maßstab M 1:1 (s. Bild 10) und drei Scherprüfkörper für die Zahnverbindung im Maßstab M 1:2 dienen zur Bestimmung des Verschiebungsmoduls.

2.1 Ermittlung des Verschiebungsmoduls – Probekörper, Versuchsanordnung und Ergebnisse

Um die zusammengesetzten Träger nach der DIN 1052:2008, Abschnitt 10.5.2 berechnen zu können, muss der Verschiebungsmodul K_{ser} der Zahnverbindung bekannt sein. Nach DIN 1052:2008 kann nach den Regeln für die Berechnung des Verschiebungsmodules K_{ser} in Tabelle G.1 nur ein Verschiebungsmodul für stiftförmige Verbindungsmittel und Dübel besonderer Bauart berechnet werden. Daher musste der Verschiebungsmodul K_{ser} der Zahnverbindung experimentell ermittelt werden. DIN EN 26891:1991 beschreibt ein Prüfverfahren, mit dem der Verschiebungsmodul einer mechanischen Verbindung ermittelt werden kann.

Die Proben bestanden aus drei Teilen, dem Mittelstück mit Verzahnung und den zwei Seitenteilen mit dem Negativ des Zahns (Bild 10). Die Seitenteile standen auf einer 30 mm hohen Stahlunterfütterung vollflächig auf. Ein Abscheren des Zahnes wurde dadurch über die untere relativ kurze Scherfläche verhindert. Das Mittelteil hing frei zwischen den Seitenteilen und wurde von oben belastet.

Versuchsdurchführung

Das Prüfverfahren nach DIN EN 26891:1991 arbeitet mit Belastungsphasen (Bild 11). Zunächst muss die Höchstlast F_{est} experimentell oder rechnerisch ermittelt werden. Die geschätzte Höchstlast ist der Richtwert für die Belastungen und ihre Anstiegsgeschwindigkeit. Diese betrug ca. 525 kN und wurde experimentell bestimmt. Analog der normierten Vorgabe gemäß Bild 11 erfolgte zunächst ein Anstieg der Kraft für 120 s auf 40 % der geschätzten Höchstlast, hier wurde diese Belastung für 30 s gehalten, um dann innerhalb der nächsten 90 s auf 10 % der geschätzten Höchstlast abzusinken. Dort verweilte die Verbindung 30 s, um die Verbindung zu entspannen. Danach wurde die Belastung wieder gesteigert, um nach 450 s Gesamtversuchszeit 70 %

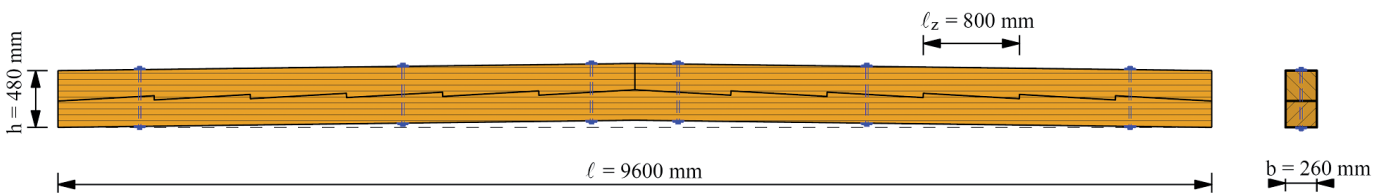


Bild 8 Überzug im Kirchturm (Zahnhöhe $h_z = 36$ mm)
Screeding in the spire (teeth height $h_z = 36$ mm)

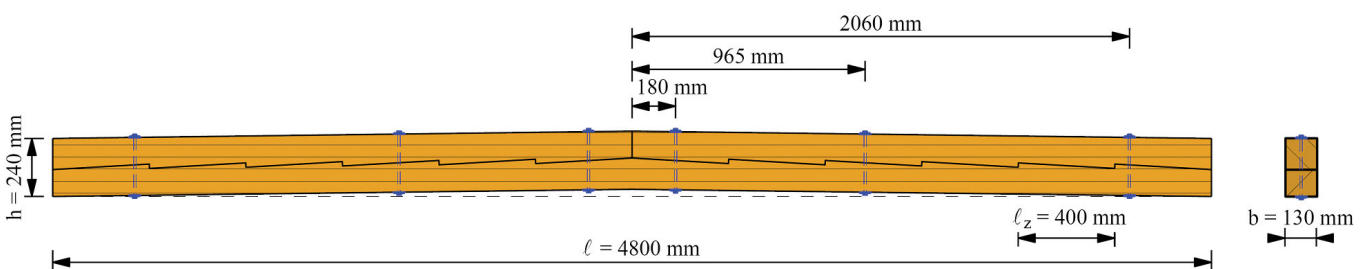


Bild 9 Prüfkörper im Maßstab 1:2 zur Bestimmung der Biegetragfähigkeit (Zahnhöhe $h_z = 18$ mm)
Test piece measuring unit 1:2 to determine the bending strength (teeth height $h_z = 18$ mm)

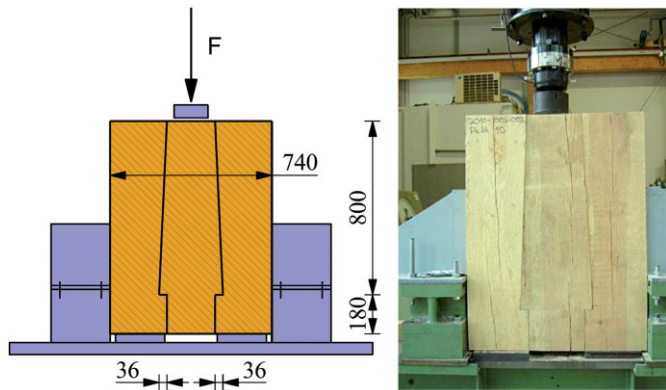


Bild 10 Untersuchung Verschiebungsmodul K_{ser} nach DIN EN 26891:1991- Probekörper M1:1 ($h_z = 36$ mm)
Examination of the slip modulus K_{ser} according to DIN EN 26891:1991- test piece measuring unit 1:1 ($h_z = 36$ mm)

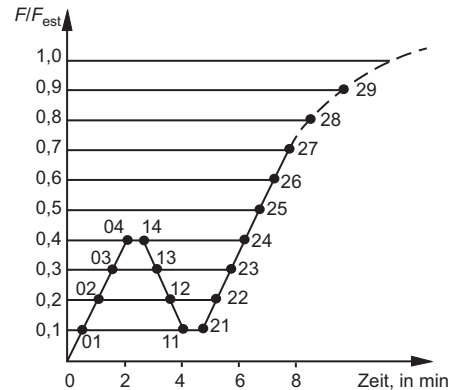


Bild 11 Belastungsverfahren nach DIN EN 26891:1991 (dort Bild 1)
Test procedure according to DIN EN 26891:1991

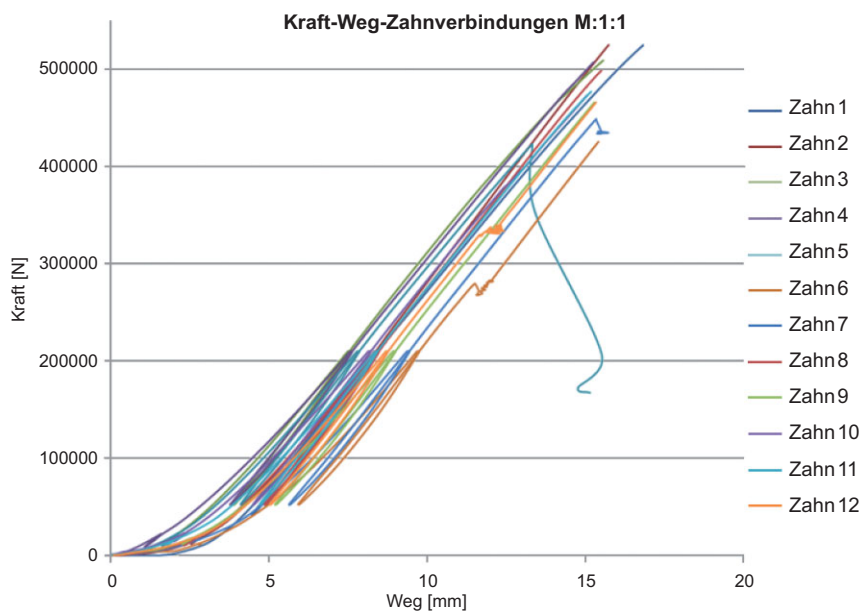


Bild 12 Last-Verformungs-Kurven
Load-deflection-curves

der geschätzten Höchstlast zu erreichen. Die Belastung wurde dann weiter gesteigert. Die experimentelle Höchstlast F_{max} ist die Last, die bei Erreichen einer Verschiebung von 15 mm gemessen wurde.

Ergebnisse

Die erreichten Verschiebungsmodule aus der Serie mit zwölf Proben sind in Tabelle 2 zusammengestellt. Bild 12 zeigt die Last-Verformungs-Kurven aller Proben.

Der Mittelwert des Verschiebungsmoduls für zwei Zahnverbindungen betrug $k_{ser,mean} = 35716$ N/mm. Dieser Wert entspricht in etwa einem Verschiebungsmodul k_{ser} von zwei Ringdübeln mit Zähnen (Typ C1 nach DIN 1052:2008) mit einem Durchmesser von 140 mm.

Der Mittelwert der Rohdichte betrug:

$$\rho_{u,mean} = 593,45 \text{ kg/m}^3$$

Der Mittelwert der Darrdichte (ermittelt nach DIN 52182) betrug:

$$\rho_{0,mean} = 569,8 \text{ kg/m}^3$$

Der Mittelwert der Holzfeuchte betrug:

$$u = 12,33 \%$$

Der charakteristische Wert der Rohdichte betrug:

$$\rho_k = 469,28 \text{ kg/m}^3$$

Bei Scherprüfkörper Nr.5 kam es zum Abscheren eines Zahnes (Bild 13). Der Bruch befindet sich in einem Bereich mit viel Splintholz. Das Kernholz, in dem die belasteten Holzfasern, ähnlich dem Fladerschnitt der Furnierherstellung, angeschnitten sind und im Wuchs aus dem Zahn herausführen, versagte.

Tab. 2 Statistische Auswertung des Verschiebungsmoduls – zwölf Scherprüfkörper (Kiefernholz), zwei Zahnverbindungen und jeweils eine Zahntiefe von 36 mm
Statistical evaluation of the slip modulus- 12 test pieces (pine) with two tooth connections, teeth height 36 mm

Scherprüf- körper-Nr.	K_{ser} nach DIN EN 26891 [N/mm]	$\rho_{u,mean}$ nach DIN EN 384 [kg/m ³]
1	39580,08	344,66
2	38738,76	498,90
3	37000,63	422,12
4	33697,70	535,64
5	35477,16	616,53
6	33591,66	375,02
7	34397,48	576,56
8	37280,61	578,98
9	33697,70	508,81
10	34372,86	493,40
11	34979,85	414,93
12	35781,05	502,85
Mittelwert	35716,30	593,45
Minimum	33591,66	428,84
Maximum	39580,08	767,22
Standart- abweichung	2021,97	75,26
Variations- koeffizient	0,06	0,13
Charakteris- tischer Wert	/	469,28

Tab. 3 Statistische Auswertung des Verschiebungsmoduls – drei Prüfkörper (aus Kiefernholz) im Maßstab 1:2, zwei Zahnverbindungen, mit jeweils einer Zahntiefe von 18 mm
Statistical evaluation of the slip modulus- 3 test pieces (pine) measuring unit 1:2, with two tooth connections, teeth height 18 mm

Scherprüf- körper-Nr.	K_{ser} nach DIN EN 26891 [N/mm]	$\rho_{u,mean}$ nach DIN EN 384 [kg/m ³]
1	27019,33	489,93
2	32447,33	598,64
3	28533,33	527,55
Mittelwert	29333,33	538,71
Standart- abweichung	2801,03	55,21
Variations- koeffizient	0,10	0,10
Charakteris- tischer Wert	/	447,61



Bild 13 Bruchbild Probekörper Nr.5
Fracture pattern test piece No. 5

Trotz dieses Umstandes wurde ein relativ hoher Verschiebungsmodul gemessen und dieser Versuch in die Versuchsauswertung mit einbezogen (s. Tabelle 2).

Die erreichten Verschiebungsmodule aus der Serie mit drei Proben mit einer Zahntiefe von 18 mm sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

2.2 Untersuchung der Biegetragfähigkeit – Probekörper, Versuchsdurchführung und Ergebnisse

Es wurden 4-Punkt-Biegeversuche nach DIN EN 408:2004 durchgeführt. Bei einer solchen Vierpunktbelastung ist der mittlere Bereich zwischen den beiden Kraftangriffspunkten schubspannungsfrei.

Die mit der Herstellung der Versuchsbalken beauftragte Zimmerei sollte die Balken in gleicher Holzqualität in Sortierklasse S10 nach DIN 4074-1:2008 herstellen. Das zur Verfügung stehende Holz erfüllte diese Anforderungen nur zum Teil. Es wurde daher im Prüflabor eine Nachsortierung durchgeführt. Hierbei wurden folgende Sortierklassen ermittelt:

- Zahnbalken Nr. 1 – S13
- Zahnbalken Nr. 2 – S7
- Zahnbalken Nr. 3 – S10

Die DIN EN 408:2004 gibt unter Abschnitt 9.2 gewisse Spielräume für die Maße der Prüfkörper und der Versuchsanordnung. Daraus ergab sich die in Bild 14 dargestellte Prüfanordnung.

Versuchsdurchführung

Die Zahnbalken wurden ansteigend belastet bis es zu einem merklichen Kraftabfall kam. Während des Versuches wurden die Prüfkraft und die Verformung über den Zylinderweg gemessen. Es wurden die Last-Verformungs-Kurve, die Bruchlast und die Biegebruchfestigkeit ermittelt.

Ergebnisse

Die Last-Verformungs-Kurven der drei untersuchten Balken zeigt Bild 15. Die erreichten Bruchlasten sind in Tabelle 4 zusammengefasst.

Im Einzelnen ergeben sich folgende Feststellungen:

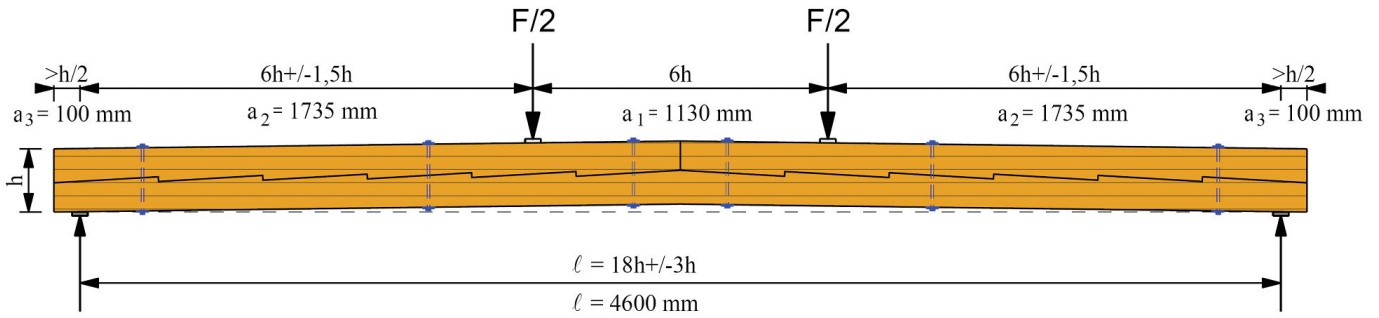


Bild 14 Probekörper und Prüfanordnung nach DIN EN 408:2004 (Prüfkörper im Maßstab 1:2 im Vergleich zum Originalbalken)
Test pieces and test setup according to DIN EN 408:2004 (measuring unit 1:2 compared to the origin composite beam)

Zahnbalken Nr. 1

Dieser Zahnbalken hatte einen hohen Kernholzanteil mit Splintholz nur an den Querschnittsrändern. Es kam zu einem Zugversagen in einer angeschnittenen randständigen Kernholzfaser, welche in ihrem Verlauf an die untere Kante des Zahnbalkens führte. An diesem Punkt führten die Biegezugspannungen zu einem Riss, der sich entlang der Holzfaser gut 2 m erstreckte (Bilder 16 und 17 und Last-Verformungs-Kurve in Bild 15).

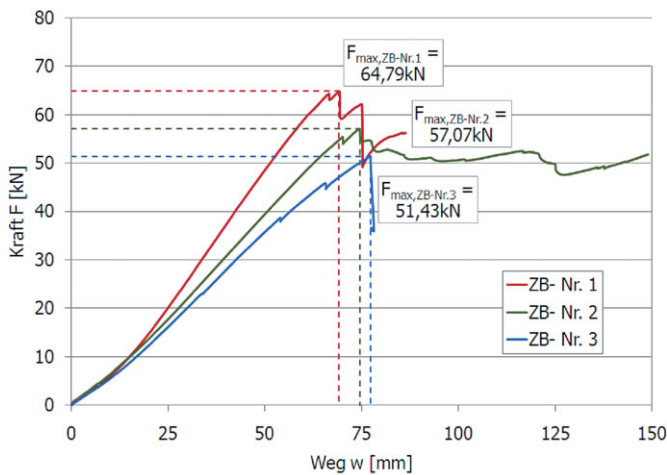


Bild 15 Last-Verformungs-Kurven – Zahnbalken Nr. 1 bis Nr. 3
Strain-graph – composite beams No. 1 to No. 3

Auf der Gegenseite begann das Zugversagen im Bereich des Splintholzes als Sprödbbruch und spaltete sich bis in das Kernholz hinein (s. Bild 17).

Zahnbalken Nr. 2

Bei diesem Zahnbalken war allgemein ein hoher Ast- und Splintholzanteil vorhanden (Bild 18). In den maßgebenden



Bild 16 Zahnbalken Nr. 1 – Bruch durch Riss an der Zugseite
Composite beam No. 1 – break on zone subject to tension



Bild 17 Zahnbalken Nr. 1 – Horizontalriss
Composite beam No. 1 – horizontal crack

Tab. 4 Ergebnisse der Untersuchungen zur Biegetragfähigkeit
Results of research to bending strength

	Zahnbalken Nr. 1	Zahnbalken Nr. 2	Zahnbalken Nr. 3
Sortierklasse n. DIN 4074-1:2008	S13	S7	S10
Festigkeitsklasse n. DIN 1052:2008	C30	C16	C24
Höchstlast F_{max} [kN]	64,79	57,07	51,43
Durchbiegung w [mm]	79,82	135,02	82,42
Rohdichte $\rho_{u,mean}$ [kg/m ³]	520	530	540
Charakteristische Rohdichte ρ_k [kg/m ³]	448	447	340
Art des Bruches	Biegebruch	Schubbruch	Biegebruch

den Sortierkriterien erfüllte das Holz nur die Anforderungen an die Sortierklasse S7 nach DIN 4074-1:2008.

Der Balken versagte infolge Bruchs der Zähne beginnend an einem Auflager. Der Bruch trat an Zähnen ein, wo gleichzeitig Äste vorhanden waren. Durch die Äste erfolgte die Kraftübertragung in der Zahnstirn nicht parallel zur Faser (Bild 19). Im Bereich von Ästen liegt im Holz ein schräger Faserverlauf mit verminderter Holzfestigkeit vor, sodass es zu örtlichem Versagen im Bereich der Äste kam. Der erste Zahn vom Auflager versagte vollständig. Bei den folgenden Zähnen trat nur ein teilweiser Bruch der Verzahnung auf, weshalb der Balken nicht sofort seine Tragfähigkeit vollständig einbüßte (s. auch Verlauf der Last-Verformungs-Kurve in Bild 15).

Bei der Ausführung von Zahnbalken ist bei der Herstellung unbedingt auf astfreie Zahnverbindungen zu achten.

Zahnbalken Nr. 3

Obwohl das Holz dieses Balkens nach den Sortierkriterien in DIN 4074-1:2008 in die Sortierklasse S10 eingeordnet werden konnte (s. Bild 20), ist der Anstieg der Last-Verformungs-Kurve (Bild 15) geringer als bei Zahnbalken 2 mit einer Zuordnung zu Sortierklasse S7.

Der Balken versagte infolge Biegebruchs an der Zugseite. Ausgangspunkt war ein Ast in Trägermitte (s. Bild 21).

3 Ermittlung der rechnerischen Biegefestigkeit

Die rechnerische Untersuchung von zusammengesetzten Bauteilen nach DIN 1052:2008 kann entweder nach Abschnitt 8.6.2 mit dem MÖHLER-Verfahren oder nach An-

hang D (Schubanalogie) erfolgen. Mit den beiden Verfahren können Biegeträger mit nachgiebig miteinander verbindenden Querschnittsteilen berechnet werden. Weiterhin ist eine Berechnung mit Hilfe von Stabwerksprogrammen [28] möglich. Das Verfahren nach MÖHLER liefert nur bei gleichmäßig über die Trägerlänge verteilter Belastung genaue Werte.

Die rechnerischen Beanspruchungen zum Zeitpunkt des Bruches sind in Tabelle 5 zum Vergleich dargestellt. Die Beanspruchungen wurden mit dem normierten Elastizitätsmodul der jeweiligen Festigkeitsklasse C16, C24 bzw. C30 nach DIN 1052:2008 errechnet.

Die rechnerischen Biegezugspannungen liegen im Bereich der bei der Holzart Kiefer an Holz in Bauholzabmessungen für diese Sortierklassen festgestellten Biegebruchfestigkeiten.

4 Zusammenfassung und Ausblick

Zahnbalken wurden seit Jahrhunderten als Biegeträger für größere Spannweiten ab 6 m eingesetzt. Die Zahnbalken sind ein hervorragendes Zeugnis der historischen Zimmererkunst. Ihre Herstellung ist wegen der hohen Passgenauigkeit der Zähne sehr aufwändig. Etwa gegen Ende des 19. Jhds. wurden sie durch einfacher herstellbare verdübelte Balken ersetzt. Im Vergleich zu den einfacher herstellbaren verdübelten Balken hatten sie aber eine höhere Verbundwirkung und Tragfähigkeit.

Die Zimmerer stellten verzahnte Balken über Jahrhunderte nach empirische Regeln her. Erst zu Beginn des 19. Jahrhunderts findet man in der Literatur Hinweise für die Berechnung und Bemessung.



Bild 18 Zahnbalken Nr. 2 – Ansicht (vor dem Versuch)
Composite beam No. 2 – view (before the test)



Bild 20 Zahnbalken Nr. 3 – Ansicht (vor dem Versuch)
Composite beam No. 3 – view (before the test)



Bild 19 Zahnbalken Nr. 2 – Zahnversagen
Composite beam No. 2 – teeth failure



Bild 21 Zahnbalken Nr. 3 – Bruch durch Ast im Zugbereich (Trägermitte)
Composite beam No. 3 – breakage through branch in the tension area (middle of the beam)

Als mehrteilig zusammengesetzte Träger ist auch heute eine Berechnung möglich, wenn der Verschiebungsmodul der Verbindung bekannt ist. Aus heutiger Sicht ist die Herstellung von verzahnten Balken mit modernen Holzbearbeitungsmaschinen durchaus leichter zu bewerkstelligen. Allerdings wird man sie vor allem aus denkmalpflegerischen Gründen nur in Einzelfällen anwenden.

Im Falle des Nachbaus vorhandener Balken ist eine Bemessung durch vorherige experimentelle Ermittlung des Verschiebungsmoduls möglich. In diesem Zusammenhang sollen noch weitere Untersuchungen durchgeführt werden.

Tab. 5 Rechnerische Beanspruchungen nach DIN 1052:2008, Abschnitt 8.6.2 zum Zeitpunkt des Bruches
Calculated strains according to DIN 1052:2008, Abschnitt 8.6.2 – cracktime

Sortier- und Festigkeitsklasse	Zahnbalken Nr.1			Zahnbalken Nr.2			Zahnbalken Nr.3		
	S13 – C30			S7 – C16			S10 – C24		
	Berechnungsverfahren			Berechnungsverfahren			Berechnungsverfahren		
	nach [28]	nach DIN 1052: 2008, Anhang D	nach DIN 1052: 2008, Abschnitt 8.6.2	nach [28]	nach DIN 1052: 2008, Anhang D	nach DIN 1052: 2008, Abschnitt 8.6.2	nach [28]	nach DIN 1052: 2008, Anhang D	nach DIN 1052: 2008, Abschnitt 8.6.2
Bruchkraft F [kN]	64,79			57,07			51,43		
Max. Moment M_{max} [kNm] aus Bruchkraft	56,21			49,51			44,62		
Max. Querkraft V_{max} [kN] aus Bruchkraft	32,40			28,54			25,72		
Mittelwert des Elastizitätsmoduls $E_{o,mean}$ [N/mm ²] nach Tab. F.5	12000			8000			11000		
Normalkräfte N_i [kN] in den Einzelquerschnitten	258,0	263,0	249,14	248,0	217,5	243,0	209,0	206,7	202,68
Biegemomente M_i [kNm] in den Einzelquerschnitten	12,9	12,2	13,15	10,1	9,3	10,17	10,0	9,4	10,14
Gesamtrandspannungen $\sigma_{m,i,ges}$ [N/mm ²] am oberen und unteren Rand	54,4 56,1	55,4 55,4	58,14	45,3 48,3	43,75 43,75	48,19	42,6 45,3	43,38 43,38	45,52
Kraft F_i [kN] auf ein Verbindungsmittel	61,7	63,0	57,44	57,9	60,3	56,03	49,8	51,0	51,85
rechnerische Durchbiegung [mm]	148,0	147,0	142,3	174,0	167,0	148,8	125,0	123,0	142,86
gemessene Durchbiegung [mm]	69,18			74,61			77,35		

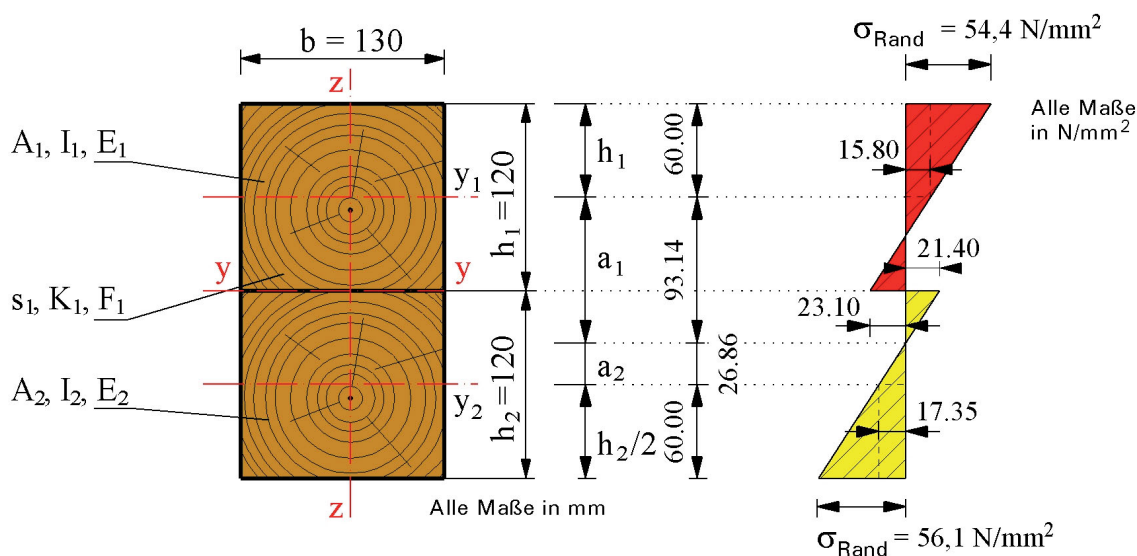


Bild 22 Biegespannung beim Brucheintritt für den Zahnbalken Nr. 1, Sortierklasse nach DIN 4074-1:2008 S13, Festigkeitsklasse C30 nach DIN 1052:2008
Bending strength at crack composite beam No. 1, class of quality according to DIN 4074-1:2008 S13, strength class C30 according to DIN 1052:2008

Literatur

- [1] SCHAU, A.: *Der Brückenbau*. Berlin und Leipzig: Teubner Verlag 1914.
- [2] SCHINKEL, K. F.: *Grundlagen der praktischen Baukunst, 2. Teil, Zimmerwerkskunst*. Berlin 1850.
- [3] REUR, C. G.: *Anweisung zur Zimmermannskunst*. Leipzig 1764, Reprint Hannover 1989.
- [4] WINKLER, E.: *Vorträge über Brückenbau*. Wien: Verlag Carl Gerolds Sohn 1887.
- [5] RUG, W.: *100 Jahre Holzbau und Holzbauforschung*. In: Bund Deutscher Zimmermeister (BDZ), 100 Jahre BDZ 1903–2003. Karlsruhe: Bruderverlag 2003.
- [6] GOTTGREU, R.: *Lehrbuch der Hochbaukonstruktionen, Zweiter Teil: Die Arbeiten des Zimmermanns*. Berlin: Ernst und Sohn 1882.
- [7] BARGMANN, H.: *Historische Bautabellen – Normen und Hinweise*. Düsseldorf: Werner Verlag 1993.
- [8] GILLY, D.: *Handbuch der Landbaukunst*. Braunschweig: Verlag Friedrich Vieweg, 1805.
- [9] MELAN, J.: *Der Brückenbau*. Leipzig und Wien: Verlag Franz Deuticke 1922.
- [10] BÖHM, T.: *Handbuch der Holzkonstruktionen des Zimmermanns*. Springer Verlag 1911
- [11] BLOHM, G.: *Das Deutsche Zimmerhandwerk*. Leipzig: Th. Schäfer Verlag 1912.
- [12] TSCHERTAU, F.: *Der Brückenbau*. Wiesbaden 1907.
- [13] LASKUS, A.: *Hölzerne Brücken. 3. Aufl.* Berlin: Verlag Wilhelm Ernst und Sohn 1918.
- [14] HALASZ, R.: *Holzbau-Taschenbuch*. Berlin: Verlag Wilhelm Ernst und Sohn 1944.
- [15] LASKUS, A.: *Hölzerne Brücken. 8. Aufl.* Berlin: Verlag Wilhelm Ernst und Sohn 1955.
- [16] RÖSLING, L.: *Statische Architekten-Schule*. Augsburg und Leipzig: Jenisch und Stage'scheVerlagshandlung 1831.
- [17] KRESS, F.: *Der Zimmerpolier*. Karlsruhe: Bruderverlag 1959, Reprint 1991.
- [18] HARRES, B.: *Die Schule des Zimmermanns*. Leipzig: Verlag Otto Spamer 1855.
- [19] BEHLE, W. H.: *Die Berechnung der Festigkeiten von Holz- und Eisenkonstruktionen ohne höhere mathematische Vorkenntnisse*. Leipzig: Verlag E. U. Seemann 1864.
- [20] CULMANN, K.: *Die graphische Statik*. Zürich: Verlag Meyer und Zeller 1866.
- [21] PROMNITZ, J.: *Der praktische Zimmermann*. Leipzig: Verlag J.J. Arnd 1900.
- [22] STADE, F.: *Die Holzkonstruktionen*. Leipzig: Verlag Moritz Schäfer 1904.
- [23] BLOHM, G.: *Das Deutsche Zimmerhandwerk*. Leipzig: Th. Schäfer Verlag 1912.
- [24] NIEMZ, R.: *Vorlesungsskript Holzphysik*. In: Holzphysik; (Hrsg.) Institut für Baustoffe, Zürich, 2006.
- [25] HALASZ, R.: *Holzbau-Taschenbuch*. Berlin: Verlag Wilhelm Ernst und Sohn 1944.
- [26] OCHSLER, M.: *Herstellung und Einsatz verzahnter Balken*. Fulda 2006.
- [27] BADALINI, J.; DANDRIA, S.: *Diffusion of a Technological Model along the Adige Path: The Composite Beams*. In: Volume 1, KURRER, K.; LORENZ, W.; WETZK, V.: Proceedings of the Third International Congress on Construction History; (Hrsg.) Brandenburg University of Technology Cottbus, Mai 2009.
- [28] KNEIDL, R.; HARTMANN, H.: *Träger mit nachgiebigen Verbund*. *bauen mit holz* (1995), H. 4; S. 285–290.

Autoren

Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Rug
Dipl.-Ing. (FH) Guido Eichbaum, Dipl.-Ing. (FH) Stephan Abel, Hochschule für nachhaltige Entwicklung Eberswalde (FH), Fachbereich Holztechnik, Fachgebiet Holzbau, Alfred-Möller-Straße 1, 16225 Eberswalde
Dipl.-Ing. (FH) Frank Thoms, BTZ Ingenieurbüro GmbH, Lessingstraße 6, 18055 Rostock
Zimmermeister Uwe Grimm, Holzgestaltung Uwe Grimm, Dorfstraße 122, 17166 Groß Wokern